

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
математического анализа
С.А Шабров



18.03.2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.45 Дополнительные главы математического анализа

- 1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**
01.05.01 Фундаментальные математика и механика
- 2. Профиль подготовки/специализации/магистерская программа:**
Современные методы теории функций в математике и механике
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** Математик. Механик. Преподаватель
- 4. Форма обучения:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра математического анализа
- 6. Составители программы:**
Плетнева Ольга Константиновна, к.п.н., доцент
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим Советом математического факультета,
18.03.2025 №0500-03
- 8. Учебный год:** 2026/2027

Семестр(-ы): 4

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью освоения дисциплины «Дополнительные главы математического анализа» является более глубокое изучение тем математического анализа, изучаемых на первом курсе (пределы сложных функций, дифференциалы высших порядков, приложения, интегралы).

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Дополнительные главы математического анализа» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 основной профессиональной образовательной программы направления подготовки 01.05.01 – Современные методы теории функций в математике и механике – Специалист.

Дисциплина «Дополнительные главы математического анализа» является дополнением курса «Математический анализ». Изучаемый в курсе материал используется в качестве основного математического аппарата в таких курсах как «функциональный анализ», «комплексный анализ», «дифференциальные уравнения», «уравнения с частными производными», «методы оптимизации», «математическая статистика», различных курсах, связанных с геометрией. Уверенное владение основными понятиями анализа требуется и при изучении большинства других курсов.

Приобретенные в результате обучения знания, умения и навыки используются во всех без исключения математических и естественнонаучных дисциплинах, модулях и практиках.

Знания могут быть использованы при продолжении образования в аспирантуре и в дальнейшей трудовой деятельности выпускников.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен выявлять, применять, разрабатывать и целенаправленно использовать методы теории функций в задачах математики и механики	ПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.	Знать: - базовые понятия, полученные в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. Уметь: - собирать, обрабатывать, анализировать и обобщать результаты исследований в области теории функций. Владеть навыками: - практического проведения научно-исследовательской деятельности в математике, механике и информатике.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 7/252

Форма промежуточной аттестации зачет.

13. Виды учебной работы:

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		4
Аудиторные занятия	100	100
в том числе: лекции	50	50
практические	50	50
лабораторные		
Экзамен	36	36
Самостоятельная работа	116	116
Итого:	252	252

13. 1 Содержание разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
01	Отображения, функции	Отображения, функции. Классификация функций.
02	Теория пределов функции	Предел функции. Предел функции по множеству. Односторонние пределы. Предел по Гейне. Связь между существованием предела функции и существованием предела по множествам; по Гейне, односторонних пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства.
03	Производная и дифференциал	Логарифмическая производная. Производная функции, заданной параметрически. Дифференциал. Связь между существованием дифференциала и производной. Арифметические свойства дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал сложной функции. Дифференциалы высшего порядка сложной функции.
04	Неопределенный интеграл	Метод Остроградского. Интегрирование иррациональных функций. Подстановки Эйлера. Интегрирование дифференциального бинома. Интегрирование тригонометрических функций.
05	Определенный интеграл Римана	Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла. Мера плоских множеств. Свойства меры. Вычисление площадей плоских фигур. Длина дуги. Нахождение длины дуги кривой. Вычисление объема тела вращения, площади поверхности вращения. Работа силы. Нахождение работы силы. Вычисление массы дуги кривой. Статические моменты. Нахождение координат центра тяжести дуги кривой. Приближенное вычисление определенного интеграла. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона.
2. Практические занятия		
01	Отображения,	Отображения, функции. Классификация функций.

	функции	
02	Теория пределов функции	Предел функции. Предел функции по множеству. Односторонние пределы. Предел по Гейне. Связь между существованием предела функции и существованием предела по множествам; по Гейне, односторонних пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства.
03	Производная и дифференциал	Логарифмическая производная. Производная функции, заданной параметрически. Дифференциал. Связь между существованием дифференциала и производной. Арифметические свойства дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал сложной функции. Дифференциалы высшего порядка сложной функции.
04	Неопределенный интеграл	Метод Остроградского. Интегрирование иррациональных функций. Подстановки Эйлера. Интегрирование дифференциального бинома. Интегрирование тригонометрических функций.
05	Определенный интеграл Римана	Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле. Приложения определённого интеграла. Мера плоских множеств. Свойства меры. Вычисление площадей плоских фигур. Длина дуги. Нахождение длины дуги кривой. Вычисление объёма тела вращения, площади поверхности вращения. Работа силы. Нахождение работы силы. Вычисление массы дуги кривой. Статические моменты. Нахождение координат центра тяжести дуги кривой. Приближённое вычисление определённого интеграла. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
01	Отображения, функции	5	5		16	26
02	Теория пределов функции	16	16		25	57
03	Производная и дифференциал	5	5		25	35
04	Неопределенный интеграл	12	12		25	49
05	Определенный интеграл Римана	12	12		25	49
Итого		50	50		116	216

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических

положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

На практическом занятии каждый его участник должен быть готовым к ответам на все теоретические вопросы, поставленные в плане, проявлять максимальную активность при их рассмотрении. Ответы должны строиться свободно, убедительно и аргументировано. Преподаватель следит, чтобы ответы были точными, логично построенными и не сводилось к чтению конспекта. Необходимо, чтобы выступающий проявлял глубокое понимание того, о чем он говорит, сопоставлял теоретические знания (определений, теорем, утверждений и т.д.) с их практическим применением для решения задач, был способен привести конкретные примеры тех математических объектов и положений, о которых рассуждает теоретически.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:

(список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов литературы)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	<i>Карташев, Алексей Павлович. Математический анализ: /А.П. Карташев, Б.Л. Рождественский. – Москва: Лань, 2007. – 447с.: ил.: 21 см. – (Лучшие классические учебники. Математика) (Классическая учебная литература по математике)(Учебники для вузов. Специальная литература). -. ISBN 978-5-8114-0700-2. -<URL: http://e.lanbooks/element.php?pl1 cid=25&pl1 id=178>.</i>
2.	<i>Будаев, Виктор Дмитриевич. Математический анализ: учебник /В.Д. Будаев, М.Я. Якубсон; - Москва: Лань, 2012.- 544 с.: ил.; 22см. – Допущено Учебно-методическим объединением по направлениям педагогического образования Министерства обучающихся по направлению 050200 – «Физико-математическое образование». – Предм. Указ.: с. 532-536. – Имен. Указ.: с. 537. – Библиогр.: с. 531. – ISBN 978-5-8114-1186-3.- <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?p/1 cid=25& p/1 id=3173>.</i>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1.	<i>Ильин В.А. Математический анализ / В.А.Ильин, В.А.Садовничий, Б.И.Сендов. – М.: Изд-во МГУ, 2004. – Часть 1. – 616 с.</i>
2.	<i>Ильин В.А. Математический анализ / В.А.Ильин, В.А.Садовничий, Б.И.Сендов. – М.: Изд-во МГУ, 2004. – Часть 2. – 357 с.</i>
3.	<i>Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа /Л.Д.Кудрявцев. - М.: Высш.шк.1988. – Т.1. – 712 с.</i>
4.	<i>Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа /Л.Д.Кудрявцев. - М.: Высш.шк.1988. – Т.2. – 576 с.</i>
5.	<i>Зорич В.А. Математический анализ /В.А.Зорич. – М.:Наука,1984. – Т.1. – 640с.</i>
6.	<i>Зорич В.А. Математический анализ /В.А.Зорич. – М.:Наука,1984. – Т.2. – 640с.</i>

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
	<i>Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. — (http://www/lib.vsu.ru/)</i>
	<i>Google, Yandex, Rambler</i>

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

№ п/п	Источник
1.	<i>Шилов Г.К. Математический анализ (функции одного переменного) / Г.К.Шилов. – М.:Наука, 1969. - 528 с.</i>
2.	<i>Соболев В.И. Краткий курс математического анализа / В.И. Соболев, В.В.Покорный, В.И.Аносов. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1984. – Часть 1. – 392 с.</i>
3.	<i>Соболев В.И. Краткий курс математического анализа / В.И. Соболев, В.В.Покорный, В.И.Аносов. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1984. – Часть 2. – 346 с.</i>
4.	<i>Кудрявцев Л.Д. Сборник задач по математическому анализу / Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. – М.: Физматлит, 2003. – Т.2. – 504с.</i>

Курс дисциплины построен таким образом, чтобы позволить студентам максимально проявить способность к самостоятельной работе. Для успешной самостоятельной работы предполагается тесный контакт с преподавателем. Самостоятельная работа студентов, прежде всего, заключается в изучении литературы, дополняющей материал, излагаемый на лекции. Необходимо овладеть навыками библиографического поиска для написания реферата, в том числе среди сетевых ресурсов, уметь находить подходящие источники, творчески и критически перерабатывать информацию.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, установление межпредметных связей, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале, актуализация личного и учебно-профессионального опыта обучающихся, включение элементов дистанционных образовательных технологий.

В практической части курса используется стандартное современное программное обеспечение персонального компьютера.

В части освоения материала лекционных и лабораторных занятий, самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины, прохождения текущей и промежуточной аттестации может применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

Осуществляется интерактивная связь с преподавателем через сеть интернет, проводятся индивидуальные онлайн консультации.

Доклады осуществляются с использованием презентационного оборудования.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, соответствующие действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

Для самостоятельной работы используются классы с компьютерной техникой, оснащенные необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

Ubuntu (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ubuntu.com/download/desktop>)

VisualStudioCommunity (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия <https://visualstudio.microsoft.com/ru/vs/community/>); MATLABClassroom (сублицензионный контракт 3010-07/01-19 от 09.01.19);

LibreOffice (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ru.libreoffice.org/about-us/license/>)

Lazarus (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://www.lazarus-ide.org/index.php>)

FreePascal (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://www.freepascal.org/faq.html>);

Maxima (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия <http://maxima.sourceforge.net/faq.html>)

В самостоятельной работе обучающиеся используют ресурсы Зональной научной библиотеки ВГУ (электронный каталог: <http://www.lib.vsu.ru>)

19. Фонд оценочных средств:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Отображения, функции	ПК-1	ПК-1.1	Устный опрос
2.	Теория пределов функции	ПК-1	ПК-1.1	Устный опрос
3.	Производная и дифференциал	ПК-1	ПК-1.1	Устный опрос
Промежуточная аттестация форма контроля – контрольная работа				Контрольная работа
4.	Неопределенный интеграл	ПК-1	ПК-1.1	Устный опрос
5.	Определенный интеграл Римана	ПК-1	ПК-1.1	Контрольная работа
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет				Вопросы к зачету

19.1 Текущий контроль успеваемости

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- Знать: основные положения теории пределов и непрерывных функций, теории интегралов, задачи отыскания экстремумов функций; основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления для функций одного и нескольких переменных.
- Уметь: определять границы применимости теории и методов математического анализа для решения конкретных прикладных задач; решать основные типы задач на расчеты пределов функций, их дифференцирование и интегрирование.
- Владеть: стандартными методами и моделями математического анализа и применением их в практике; навыками применения стандартных прикладных программ для ЭВМ в целях ускорения решения задач.

19. 2 Критерии оценок при сдаче зачета

Зачтено	Знание основных определений, теорем, формул. Умение самостоятельно или с помощью преподавателя решать типовые задачи.
Незачтено	Незнание формул, определений. Неумение решать типовые задачи.

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация проводится в форме устных ответов и контрольных работ, содержание которых приведено ниже. В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться средствами связи (включая сеть Интернет) и любыми печатными материалами, ограничение по времени — 90 астрономических минут.

Задача 1. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

$$1) \begin{cases} y = (x-2)^3, \\ y = 4x-8. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} r = 4\cos 3\varphi, \\ r = 2 \quad (r \geq 2). \end{cases}$$

Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиком функции (ось вращения Ox)

$$y = x^3, \quad y = \sqrt{x}.$$

Задача 3. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением

$$y = \ln x, \quad \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}.$$

Задача 1. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

$$1) \begin{cases} y = 4 - x^2, \\ y = x^2 - 2x. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} r = 4\sin 3\varphi, \\ r = 2 \quad (r \geq 2). \end{cases}$$

Задача 2. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиком функции (ось вращения Ox)

$$y = x^2, \quad y = 1, \quad x = 2.$$

Задача 3. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением

$$y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}, \quad 1 \leq x \leq 2.$$

Задача 1. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

$$1) \begin{cases} y = \arccos x, \\ y = 0, \\ x = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} r = \sqrt{3} \cos \varphi, \\ r = \sin \varphi, \\ (0 \leq \varphi \leq \pi/2). \end{cases}$$

Задача 2. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиком функции (ось вращения Ox)

$$y = 1 - x^2, \quad x = 0, \quad x = \sqrt{y-2}, \quad x = 1.$$

Задача 3. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением

$$y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x, \quad 0 \leq x \leq 7/9.$$

1. $\int (1 + \sqrt{x}) \, dx$
2. $\int x(4x + 12)^8 \, dx$
3. $\int \frac{1}{4x^2 + 5} \, dx$
4. $\int \frac{dx}{\sqrt{5 - 4x^2}}$
5. $\int \frac{1}{2 - x^2} \, dx$
6. $\int \left(\frac{4}{x^2} - 5x^3 + \cos(3x - 1) + e^{1-5x} \right) \, dx$

7. $\int \cos \frac{1}{x^2} \cdot \frac{dx}{x^3}$
8. $\int \frac{x - 3}{(x - 2)(x + 3)} dx$
9. $\int \frac{3x - 1}{x^2 + 3x + 1} dx$
10. $\int \frac{dx}{\sqrt{3 + 3x + 2x^2}}$
11. $\int x e^{3x} \, dx$

1. $\int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) \, dx$
2. $\int (5 + x\sqrt{2 - 4x}) \, dx$
3. $\int \frac{1}{8 - 7x^2} \, dx$
4. $\int \frac{dx}{\sqrt{13 - 16x^2}}$
5. $\int \frac{1}{2 - 5x^2} \, dx$
6. $\int \left(\sin(10x + 8) - \frac{5}{x^6} - 5x^9 + \operatorname{tg}(2 - 3x) \right) \, dx$

7. $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt[4]{\sin^5 x}} \, dx$
8. $\int \frac{2x + 3}{(x - 1)(x + 8)} dx$
9. $\int \frac{3x + 4}{x^2 - 3x + 1} dx$
10. $\int \frac{x \, dx}{\sqrt{1 + 4x + x^2}}$
11. $\int x \sin 3x \, dx$

1. $\int \left(\frac{1}{x^2} - \sqrt[3]{x} \right) \, dx$
2. $\int \frac{x + 1}{\sqrt{2x - 1}} \, dx$
3. $\int \frac{1}{11 + 3x^2} \, dx$
4. $\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2 - 4}}$
5. $\int \frac{1}{3 + 7x^2} \, dx$
6. $\int \left(\operatorname{tg}(9x + 8) - \frac{2}{x^4} - 10x^8 + e^{5-3x} \right) \, dx$

7. $\int \frac{3^{\ln x} dx}{x}$
8. $\int \frac{2x + 3}{(x - 1)(x^2 + 4)} dx$
9. $\int \frac{x + 4}{x^2 - 5x + 8} dx$
10. $\int \frac{x \, dx}{\sqrt{1 + 4x - x^2}}$
11. $\int x \cos 4x \, dx$

1. $\int \left(1 - \frac{1}{x} \right)^2 \, dx$
2. $\int (x - 2)(2x - 3)^{10} \, dx$
3. $\int \frac{1}{2 + 3x^2} \, dx$
4. $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - 7x^2}}$
5. $\int \frac{1}{16 + 9x^2} \, dx$
6. $\int \left(\cos(9 - 5x) + \frac{5}{x^7} - 10x^4 + e^{2x-3} \right) \, dx$

7. $\int x e^{-x^2} \, dx$
8. $\int \frac{3 - 2x}{x(x - 5)(x^2 + 9)} dx$
9. $\int \frac{2x - 1}{x^2 - 3x + 8} dx$
10. $\int \frac{2x \, dx}{\sqrt{3 + 4x + x^2}}$
11. $\int x \sin 5x \, dx$

Вариант 1

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = (x - 2)^3$, $y = 4x - 8$.

2. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнениями в прямоугольной системе координат:

$$y = -\arccos x + \sqrt{1 - x^2} + 1, \quad 0 \leq x \leq 9/16.$$

3. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 5(t - \sin t), y = 5(1 - \cos t), \\ 0 \leq t \leq \pi. \end{cases}$$

4. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями

$$y = 4 - x^2, \quad y = 0.$$

5. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int_5^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 8x + 20}$.

Вариант 2

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 4 - x^2$, $y = x^2 - 2x$.

2. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнениями в прямоугольной системе координат:

$$y = 2 + \operatorname{ch} x, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

3. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 3(2 \cos t - \cos 2t), y = 3(2 \sin t - \sin 2t), \\ 0 \leq t \leq 2\pi. \end{cases}$$

4. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2 - 1, \quad y = 0, \quad x = 2.$$

5. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$.

Вариант 3

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = (x+1)^2$, $y^2 = x+1$.

2. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнениями в прямоугольной системе координат:

$$y = \ln(x^2 - 1), \quad 2 \leq x \leq 3.$$

3. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 10 \cos^3 t, y = 10 \sin^3 t, \\ 0 \leq t \leq \pi/2. \end{cases}$$

4. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями

$$y = 2x - x^2, \quad y = 0.$$

5. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int_0^1 \frac{x dx}{x^2 - 1}$.

Вариант 4

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = (x-1)^2$, $y^2 = x-1$.

2. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнениями в прямоугольной системе координат:

$$y = \ln \cos x + 2, \quad 0 \leq x \leq \pi/6.$$

3. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 3(t - \sin t), y = 3(1 - \cos t), \\ \pi \leq t \leq 2\pi. \end{cases}$$

4. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями

$$y = 1/x, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 2.$$

5. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость: $\int_{-\infty}^2 \frac{dx}{x^2 + 2x + 10}$.

1. $\int (1 + \sqrt{x}) \sqrt[3]{x} dx$
2. $\int x(4x + 12)^8 dx$
3. $\int \frac{1}{4x^2 + 5} dx$
4. $\int \frac{8^x + 1}{2^x + 1} dx$
5. $\int \frac{\sqrt{2+x^2} - \sqrt{2-x^2}}{\sqrt{4-x^4}} dx$
6. $\int \cos^2(2x - 3) dx$
7. $\int \frac{dx}{\sqrt{5-4x^2}}$
8. $\int \frac{1}{2-x^2} dx$
9. $\int \frac{dx}{1 - \cos 2x}$
10. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1-e^{2x}}}$

11. $\int \left(\frac{4}{x^2} - 5x^3 + \cos(3x-1) + e^{1-5x} \right) dx$
12. $\int \cos \frac{1}{x^2} \cdot \frac{dx}{x^3}$
13. $\int \frac{x^2 dx}{e^{x^3}}$
14. $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^2 x + 2}} dx$
15. $\int \frac{x-3}{(x-2)(x+3)} dx$
16. $\int \frac{3x-1}{x^2+3x+1} dx$
17. $\int \frac{dx}{\sqrt{3+3x+2x^2}}$
18. $\int \arccos(5x-2) dx$
19. $\int x^2 e^{3x} dx$
20. $\int e^{-2x} \cos 3x dx$

1. $\int \frac{(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})^2}{\sqrt[3]{x}} dx$
2. $\int (5 + x\sqrt{2-4x}) dx$
3. $\int \frac{1}{8-7x^2} dx$
4. $\int \frac{27^x - 1}{3^x - 1} dx$
5. $\int \frac{x^2}{1-3x^2} dx$
6. $\int \sin^2(3x+8) dx$
7. $\int \frac{dx}{\sqrt{13-16x^2}}$
8. $\int \frac{1}{2-5x^2} dx$
9. $\int \frac{dx}{1 + \cos 3x}$
10. $\int x\sqrt{2+3x^2} dx$

11. $\int \left(\sin(10x+8) - \frac{5}{x^5} - 5x^9 + \operatorname{tg}(2-3x) \right) dx$
12. $\int \frac{dx}{x\sqrt[3]{\ln x + 5}}$
13. $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$
14. $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt[6]{\sin^6 x}} dx$
15. $\int \frac{2x+3}{(x-1)(x+8)} dx$
16. $\int \frac{3x+4}{x^2-3x+1} dx$
17. $\int \frac{x dx}{\sqrt{1+4x+x^2}}$
18. $\int \arcsin(3x-1) dx$
19. $\int x^2 \sin 3x dx$
20. $\int e^{-2x} \cos x dx$

20.2 Промежуточная аттестация

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в форме устного опроса (индивидуального или группового).

Промежуточная аттестация включает в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний, степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Найти производную функции $y = \ln x \lg x - \ln a \log_a x$.
2. Сформулировать с помощью неравенств утверждение: $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = b + 0$
3. Предел функции. Определение предела функции в точке по Гейне, по Коши.
4. Формула Тейлора. Вывод.
5. Применяя формулу Ньютона-Лейбница найти $y^{(100)}$, $y = x \operatorname{sh} x$
6. Показать что последовательность $x_n = n^{(-1)^m}$ ($n=1,2,\dots$) не ограничена, однако не является бесконечно большой при $n \rightarrow \infty$.
7. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
8. Производная сложной функции. Полная производная.
9. Доказать, что функция $y = \operatorname{Sign} x$ не имеет первообразной на всей вещественной оси
10. Признак сходимости несобственных интегралов (об ограниченности интегралов), для случая неотрицательной функции.
11. Можно ли в интеграле $\int_0^3 x^3 \sqrt{1-x^2} dx$ положить $x = \sin t$?
12. Применяя формулу Ньютона-Лейбница найти $y^{(20)}$, $y = x^2 e^x$
13. Сформулировать с помощью неравенств утверждение: $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = \infty$
14. Критерий Коши сходимости числовой последовательности
15. Теорема Лагранжа.
16. Методы вычисления определенного интеграла.
17. Инвариантность формы полного дифференциала.

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

1. Множеством предельных точек множества $X = \left\{ (-1)^n + \frac{1}{n} : n \in N \right\}$ является:
 - а) $\{0\}$
 - б) $\{-1, 1\}$
 - в) пустое множество

г) $\{-1\}$

д) $\{0,1\}$

2. При каком значении a функция

$$f(x) = \begin{cases} 2+x, & x \leq 0 \\ \frac{e^{ax}-1}{x}, & x > 0. \end{cases}$$

является непрерывной?

а) 0,5

б) 1

в) 2

г) 3

д) 0

3. Вычислить определенный интеграл $\int_{-1}^2 x^2 dx$

а) 0,5

б) 1

в) 2

г) 3

д) 0

4. Определить значение производной функции $f(x) = 2 + x - x^2$ в точке $x=0$:

а) 0,5

б) 1

в) 2

г) 3

д) 0

5. Чему равен определенный интеграл $\int_0^{2\pi} \sin x dx$

а) 0,5

б) 1

в) 2

г) 3

д) 0

6. Можно ли в интеграле $\int_0^3 x \sqrt[3]{1-x^2} dx$ положить $x = \sin t$?

нет

7. Объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной функцией $y = \sin x$ равен:

а) $\frac{\pi}{2}$

б) $\frac{\pi^2}{2}$

- в) $\frac{\pi^2}{4}$
г) π
д) 0

8. Вычислить площадь области, ограниченной линиями $y = 2 - x^2$ и $y = x^2$

- а) 0,5
б) 1
в) 2
г) 3
д) 0

9. Температура тела задана законом $y = x^2 + 3x - 1$. Найти скорость изменения температуры в момент времени 2 сек.

Решение:

Скорость изменения температуры есть производная функции:

$$y' = 2x + 3,$$

далее, в момент времени $x=2$ имеем: $y'(2) = 2x + 3 = 7$

Ответ: 7

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов — указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).